**Universidade de Brasília**
**Departamento de Economia**
**Disciplina: Economia Quantitativa I**
**Professor: Carlos Alberto**
**Período: 1/07**
**Quarta Prova**

**Questões**

**1.** Imagine que temos uma Função de Produção na qual a quantidade produzida (Q) depende de duas variáveis: K (capital) e t (tempo). Podemos supor, para justificar a inclusão de t, a importância que essa variável representa na trajetória da produtividade. Contudo, também podemos supor que o estoque K de capital depende do tempo (o estoque de capital aumenta pelo investimento realizado em cada período). Dessa forma, a nossa Função de Produção pode ser representada como:

$$Q = F\,[\,K(t);\, t\,]$$

Derivando de forma composta, encontre dQ/dt.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $dQ/dt = F_K\, K' + F_t$

**2.** Existe um Teorema que diz que, no caso de uma função f(x;y) ser homogênea de grau 1, os produtos marginais (ou seja, as derivadas parciais) não dependem do valor absoluto que venham a ter as variáveis independentes senão de seu cociente (da relação entre elas). Dada a seguinte função:

$$F\,(x;y) = x^{0.4}\, y^{0.6}$$

Prove, mediante o Teorema de Euler, que o grau de homogeneidade é 1 e depois observe se o Teorema que citamos no parágrafo anterior é confirmado.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: aplicando o Teorema de Euler é fácil ver que o grau de homogeneidade é 1 e as derivadas parciais são: $F_x = 0.4\,(x/y)^{-0.6}$ e $F_y = 0.6\,(x/y)^{0.4}$. Observemos que os produtos marginais (derivadas parciais) não dependem dos valores absolutos senão dos valores relativos (da relação entre x e y).

**3.** Suponha que a função de produção de uma firma seja:

$$Q\,(K;L) = L^{0.2}\, K^{0.6}$$

Imagine que o preço do produto Q a ser vendido seja 100, o salário de mercado seja 100, a remuneração do capital 20 e que o objetivo da firma é maximizar o lucro. Calcule a quantidade K e L que a firma vai utilizar a fim de maximizar o lucro. (Cuidado: é para encontrar as condições de primeira e segunda ordem).

(Dicas: o lucro é igual à diferença entre receita total e custo total. A receita total é a quantidade produzida (Q) vezes o preço. O custo total é a quantidade gasta em salários + os rendimentos pagos ao capital)

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: K = 1,19 e L = 0,15. Se chamarmos o lucro de $\Pi$, temos que $\Pi_{LL} < 0$ e o Hessiano Total é positivo.

**4.** Suponha que uma firma utilize, no seu processo de produção, os fatores trabalho e capital e pague R$ 10 por unidade de trabalho e R$ 8 por unidade de capital sendo a Função de Produção da Firma :

$$Q = (0.4 L^{-2} + 0.6 K^{-2})^{-0.5}$$

Imagine que o objetivo da firma seja a minimização de custos por unidade de produto gerado. Determine a quantidade de K e L que a mesma utilizará. (Determine as condições de primeira ordem utilizando Lagrange)

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $L \approx K \approx 0.89$.

**5.** Vocês vão estudar em macroeconomia o Modelo IS-LM, que é um arcabouço elementar da macroeconomia moderna. Existem múltiplas alternativas de se apresentar esse modelo. Vamos escolher uma. Suponha que Y seja o nível de renda e D a demanda agregada. O equilíbrio no mercado de bens requer que a Y seja igual à D. Ou seja, Y = D. O nível de demanda agregada pode ser expresso através da seguinte função:

$$D = D_0 + D(y;i) \quad ; 0<D_y<1 \; ; D_i <0$$

onde: $D_0$ = nível de demanda agregada autônoma: i = taxa de juros.

Assim, em equilíbrio, teremos:

$$Y = D_0 + D(y;i)$$

Por outra parte, o equilíbrio no mercado de moeda estará dado quando a oferta ($M_s$ = oferta de moeda) for igual à demanda ($M_d$ =demanda de moeda). Esse equilíbrio pode ser expresso como:

$$M_d\,(Y;i) - M_s = 0$$

Com $M_{d\,Y} > 0$ ; $M_{d\,i} < 0$.

Assim, o modelo está constituído pela equação que representa o equilíbrio no mercado de bens e a equação que representa o equilíbrio no mercado de moeda. Diferencie o modelo, trabalhe com matrizes, determine a expressão da derivada parcial $\partial i / \partial D_0$ e determine seu sinal.

(As variáveis endógenas do modelo são Y e i)

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $\partial i / \partial D_0 = - M_{d\,Y} / \left[ (1-D_Y)\, M_{d\,i} + M_{d\,Y}\, D_i \right] > 0$

**6.** Suponha o seguinte programa:

Max U = 2xy

s.a. 3x+4y = 90

Este é um típico problema de maximização da utilidade com a restrição representando a limitação orçamentária (R$ = 90, sendo os preços de x e de y 3 e 4, respectivamente). Resolvendo esse problema teremos que as condições de primeira ordem são $x^* = 15$; $y^* = 11.25$ e $\lambda = 7.5$. Quais serão os valores das três variáveis duais desse problema? Justifique (interprete) a resposta.

(Dicas: se vocês entendem o conceito de primal e dual não precisam resolver o dual. Já sabem os valores e as justificativas).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: o valor das variáveis duais de x e y serão as mesmas. Contudo, o valor do multiplicador no programa dual será de 0.1333, que é 1/11.25 (ou seja, o valor é o inverso do valor do multiplicador do primal). Por quê? No dual, o valor do multiplicador será o impacto no custo de uma pequena variação na utilidade. Ou seja, será o inverso da utilidade marginal do dinheiro (que é a interpretação do multiplicador de Lagrange no primal).